

# Психологические условия формирования элементарных математических представлений у старших дошкольников: сравнительный анализ подходов

А. Н. Сиднева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> МГУ имени М.В.Ломоносова  
125009, Россия, г. Москва, ул. Моховая, д. 11, стр. 9

## Сведения об авторе:

**Анастасия Николаевна Сиднева**

e-mail: asidneva@yandex.ru

Scopus AuthorID: 57189853616

ResearcherID: E-6205-2012

ORCID: 0000-0002-9815-9049

**Финансирование:** грант РНФ №21-18-00584.

© Автор (2021).

Опубликовано Российским государственным педагогическим университетом им. А. И. Герцена.

**Аннотация.** В статье описываются основные психологические условия формирования элементарных математических представлений (далее – ЭМП) у старших дошкольников. В качестве таких условий выделяются обучение генетически исходным для введения в математическую действительность представлениям (представлениям о величинах и соотношениях величин), организация усвоения этих представлений в адекватных им действиях (непосредственное и опосредованное сравнение и измерение) и использование адекватных психологической специфике старшего дошкольного возраста средств обучения. На основе выделенных условий выдвигается гипотеза о содержании и методах обучения выбранным математическим представлениям и описываются три разработанных подхода к обучению старших дошкольников представлениям о величине и отношениям величин, которые могут быть по-

ложены в основу создания конкретных программ. В каждом из подходов для введения представлений о величинах организуются одни и те же детские действия, предполагающие одни и те же способы их выполнения, однако средства задания осмысленности цели действий и средства, обеспечивающие способы выполнения данных действий, различаются. В первом подходе («традиционном») понятие о величине вводится через традиционные «школьные» задачи («сравни», «измерь» и т. д.), осмысленность целей здесь специально не задается, а способ их решения предлагается в виде образца («посмотри, как это делать»). Во втором подходе («моделирующем») понятие о величине вводится и отрабатывается в задачах на конструирование («подбери колонну к зданию», «найди плитку нужного размера»), а способ решения вводится как то, что может помочь решить данный тип задач при помощи построения моделей реальных объектов. В третьем подходе (символическом) понятие о величине вводится и отрабатывается через задачи помощи сказочному персонажу (напр., «налей столько же живой воды, чтобы спасти принцессу»), что создает эмоциональную осмысленность цели действия. Предлагаемые детям способы решения в третьем подходе также обыгрываются символически («у тебя есть волшебная веревочка, есть наперсток-мерка и т. д.»). На основе разработанных подходов к обучению ЭМП могут быть разработаны конкретные программы и оценена их эффективность и развивающий потенциал.

**Ключевые слова:** старший дошкольный возраст, элементарные математические представления, величина, средства обучения, образец, модель, символ.

# Psychological conditions for teaching elementary mathematical concepts to older pre-schoolers: a comparative analysis of approaches

A. N. Sidneva<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University  
11/9 Mokhovaya Str., Moscow 125009, Russia

## Author:

**Anastasia N. Sidneva**

e-mail: asidneva@yandex.ru

Scopus AuthorID: 57189853616

ResearcherID: E-6205-2012

ORCID: 0000-0002-9815-9049

**Funding:** Russian Science Foundation, grant no. 21-18-00584.

Copyright:

© The Author (2021).

Published by Herzen State

Pedagogical University of Russia.

**Abstract.** This article describes the basic psychological conditions for teaching elementary mathematical concepts (EMC) to older pre-schoolers. These conditions include teaching basic concepts required to enter the mathematical realm (concepts of quantities and ratios), ensuring that these concepts are assimilated into age-appropriate activities (direct and indirect comparison and measurement) and using age-appropriate educational tools. Based on these conditions, I present a hypothesis regarding the content and methods of teaching the selected mathematical concepts and describe three novel approaches to teaching older pre-schoolers concepts of magnitude and ratios of quantities that can be used as a foundation for creating dedicated programmes. In each of the approaches, children perform the same activities in the same manner to learn concepts of quantities, what differs is the stated meaningful goal and the manner of giving instructions. In the first “traditional” approach, the concept of quantity is introduced through tradi-

tional “school” tasks (compare, measure, etc.), the meaningful goal is not specified, while the instructions are given in the form of an example (see how I do it). In the second “modelling” approach, the concept of quantity is introduced and practiced in building tasks (“pick a column that fits this building” or “find a tile of the right size”), while the solution method is introduced as something that can help solve this type of problems by building models of real objects. In the third “symbolic” approach, the concept of quantity is introduced and practiced through the tasks of helping a fairy-tale character (for example, “pour the same amount of living water to save the princess”), which gives the action emotional meaning and purpose. The solutions offered to children in the third approach are also played out symbolically (you have a magic string, there is a thimble, etc.). Based on these approaches to teaching EMC, it is possible to develop and evaluate specific programmes that employ these approaches.

**Keywords:** senior preschool age, elementary mathematical concepts, quantity, learning tools, sample, model, symbol.

## Введение

Все более раннее обучение математике дошкольников (Göbel, Watson, Lervåg, et al. 2014; Schneider, Grabner, Raetsch 2016) ставит перед психологической наукой проблему поиска таких условий организации обучения, которые были бы адекватны, с одной стороны, логико-предметным и психологическим механизмам формирова-

ния элементарных математических представлений (далее – ЭМП), а, с другой стороны, специфике старшего дошкольного возраста, его ведущей деятельности (Венгер 1988; Эльконин 1989; Карабанова 2005). Опираясь на идеи и разработки в рамках культурно-исторического и деятельностного подхода (Давыдов, Эльконин 1966; Гальперин, Георгиев 1960; Обу-

хова 1972) в качестве ключевых психологических условий формирования ЭМП у старших дошкольников мы выделили следующие:

- 1) организацию обучения генетически исходным для введения в математическую действительность представлениям – представлениям о величинах (длине, площади, объеме и др.) и отношениях величин;
- 2) организацию усвоения данным представлениям в адекватных им предметных действиях (сравнения и измерения величин с использованием условной меры для установления отношений между ними);
- 3) использование адекватных психологической специфике старшего дошкольного возраста средств обучения.

В широком смысле к средствам обучения относится всё то, что способствует передаче знаний в процессе обучения (Салмина 1988) – это может быть и рассказ учителя, и учебник, и любые предметы, используемые в рамках занятия; такие средства могут различаться по форме, содержанию (графические, вербальные, аудиовизуальные) и т. д., но с психологической точки зрения ключевым моментом является различие средств по их функциям в детском действии (там же). Мы будем говорить о средствах обучения, обеспечивающих следующие аспекты действий:

- а) средства обучения, обеспечивающие способы/ситуации задания осмысленности цели действий (тип задач, используемых для введения нового представления и его отработки);
- б) средства обучения, обеспечивающие способы выполнения данных действий.

Опираясь на описанные в исследованиях особенности детской деятельности в данном возрасте (сюжетно-ролевая игра, игры с правилами, продуктивная деятельность (конструирование, лепка, рисование и т. д.), чтение (слушание) сказок и историй) мы выделили три типа возможных средств обучения:

- 1) образцы (инструкции или правила, которые задаются через «так договорились», «так принято»);
- 2) модели (схемы, карты, планы и др. объ-

екты, позволяющее отобразить существенные отношения между объектами);

- 3) символы (волшебная палочка, сказочное письмо и др., когда ребенок выделяет и удерживает существенные отношения через эмоциональное отношение к создаваемой ситуации).

С нашей точки зрения, наиболее адекватными специфике рассматриваемого возраста являются символические и модельные средства. Однако данное предположение нуждается в проверке. С целью такой проверки мы разработали три различных подхода к конструированию программы обучения старших дошкольников понятию о величине и отношениях величин, различающиеся лишь особенностями используемых средств обучения. Результаты данного исследования будут положены в основу разработки конкретных программ с целью последующей проверки их эффективности и развивающего потенциала.

### Материалы и методы

Опишем подробнее три подхода к формированию представлений о величинах и отношениях величин.

Разработанные подходы (условно названные «традиционным», «моделирующим» и «символическим») идентичны с точки зрения формируемых математических представлений (в качестве величин были взяты длина, площадь, объем) и организуемых для их введения и усвоения действиях. Среди этих действий:

- 1) непосредственное сравнение объектов по величине,
- 2) опосредованное сравнение объектов по величине при помощи третьей величины – посредника (в ситуации невозможности непосредственного сравнения)
- 3) опосредованное сравнение объектов по величине при условии, что мерка меньше измеряемой величины (необходимо измерение).

### Результаты и их обсуждение

Основные различия подходов представлены в таблице.

**Таблица. Основные различия разработанных подходов к обучению ЭМП (представлениям о величине и соотношениях величин)**

Критерий сравнения	Традиционный	Моделирующий	Символический
Формируемые представления	Представления о величинах (длина, площадь, объем)		
Формируемые действия	Непосредственное сравнение, опосредованное сравнение с помощью мерки, совпадающей с величиной, опосредованное сравнение с помощью мерки, меньшей относительно величины		
Средства задания осмысленности цели действий	<b>Осмысленность специально не задается</b> , взрослый просит решить задачи «сравнить», «измерить» и др.	<b>Осмысленность задается через задачу на конструирование</b> (необходимость воссоздать величину для того, чтобы завершить некую конструкцию)	<b>Осмысленность задается через сказочную задачу</b> , создавая эмоциональное отношение к необходимости найти решение (спасти сказочного персонажа)
Средства задания способов решения задач	<b>Образец способа действий</b>	<b>Модель способа действий</b>	<b>Символическая представленность элементов способа действий</b>

Итак, в первом подходе – **«традиционном»** – понятие о величине вводится через традиционные «школьные» задачи («сравни», «измерь» и т. д.), осмысленность целей здесь специально не задается, а способ их решения предлагается в виде образца («посмотри, как это делать»). Примером может служить задача на опосредованное сравнение по длине. Например, на столе лежат 5–7 прямоугольников разной длины и цвета, одинаковой ширины 1 см. На другом столе еще один, совпадающий с одним из тех, что на столе по длине, но другого цвета. Педагог ставит задачу: «У меня есть несколько прямоугольников. На одном столе (показывает), и на другом. Их нельзя переносить со стола на стол. А мне нужен точно такой же как этот (показывает) по длине. Как мне выбрать точно такой же по длине?». Осмысленность данной задачи никак не задается – нужно просто нечто сделать (найти такой же по длине). Далее дети выдвигают предположения, как это сделать и в какой-то момент педагог предлагает им воспользоваться помощником (шнурком): «Смотрите, как можно сделать». Педагог достает шнурок, прикладывает его к длине прямоугольника, расправляя его полностью. Прикладывает так, чтобы один конец совпадал, а второй конец отрезает. Далее дети решают сходные задачи уже сами. Таким

образом, способ решения здесь задается в виде образца действия.

Во втором подходе – **«моделирующем»** – понятие о величине вводится и отрабатывается в задачах на конструирование («подбери колонну к зданию», «найди плитку нужного размера»), а способ решения вводится как то, что может помочь решить данный тип задач при помощи работы с моделями реальных объектов. Возьмем в качестве примера ту же задачу на опосредованное сравнение по длине. Педагог ставит эту задачу следующим образом: «Сегодня мы с вами будем помощниками настоящих инженеров (объясняет, кто такие инженеры). Нам предстоит не легкая работа – нужно достроить вот это здание (см. рисунок). Видите, ему не хватает колонны. И нам нужно будет с вами найти подходящую, чтобы здание не упало. У нас есть чертеж этого здания и, если мы догадаемся как найти нужную колонну на чертеже, мы поможем строителям найти такую же реальную колонну». А как же нам понять какая колонна такой же длины? Мы же не можем их так просто перетащить и примерить, они тяжелые, а на чертеже они тоже лишь нарисованы. Зато у инженеров есть помощник – измерительная веревка. Представим, что вот эта нитка и есть измерительная веревка. Эту нитку можно прикладывать к колонне



(показывает разные способы), а еще ее можно разрезать. Как вы думаете, как она может помочь найти нужную колонну?». Дети пробуют разные способы использования нитки и постепенно находят нужный (приложить и отрезать). Таким образом, здесь моделируется исходная ситуация задачи и постоянно идет соотнесение модельного плана и плана реальных объектов.



**Рисунок. Пример задачи в моделирующем подходе**

В третьем подходе – **символическом** – понятие о величине вводится и отрабатывается через задачи помощи сказочному персонажу (напр., «налей столько же живой воды, чтобы спасти принцессу»), что создает эмоциональную осмысленность цели действия. Предлагаемые детям способы решения в третьем подходе также обыгрываются символически («у тебя есть волшебная веревочка, есть наперсток-мерка» и т. д.). Та же задача на опосредованное сравнение здесь вводится следующим образом. Детям рассказывается история о волшебном городе, в котором живут

феи, эльфы, гномы, волшебники и другие сказочные персонажи. У каждого волшебника есть волшебная палочка, и чтобы палочки всегда работали, их нужно на ночь класть в специальный футляр. Злая колдунья однажды украла футляр у одного волшебника, и его палочка теперь не работает. Мы должны прийти в пещеру колдуньи и найти футляр. Но ведьма запутала нас и разбросала по пещере много других, совсем не подходящих футляров, а ведь если положить палочку не туда, она может сломаться, и волшебник навсегда останется без волшебной палочки. В качестве помощника к детям прибегает волшебный клубочек, который рассказывает, что он может «превратиться в палочку», нужно лишь отрезать нужный кусочек. Таким образом, через символ клубочка дети находят способ опосредованного сравнения по длине.

### Выводы

Создание программ для обучения старших дошкольников ЭМП является чрезвычайно актуальной задачей современной практики дошкольного образования, однако такого рода программы должны опираться на современные представления о психологических условиях формирования представлений, позволяющих ввести дошкольников в математическую действительность. В данной работе описаны эти условия и предложены различные варианты подходов к построению соответствующих образовательных программ.

### Литература

- Венгер, Л. А. Холмовская, В. В. (1978) *Диагностика умственного развития дошкольников*. М.: Педагогика, 248 с.
- Гальперин, П. Я., Георгиев, Л. С. (1960) *К вопросу о формировании начальных математических понятий*. М.: АПН РСФСР, с. 31–66.
- Давыдов, В. В., Эльконин, Д. Б. (1966) *Возрастные возможности усвоения знаний*. М.: Изд-во Просвещение, 442 с.
- Карабанова, О. А. (2005) *Возрастная психология. Конспект лекций*. М.: Айрис-пресс, 238 с.
- Обухова, Л. Ф. (1972) *Этапы развития детского мышления*. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 152 с.
- Салмина, Н. Г. (1988) *Знак и символ в обучении*. М.: Изд-во Московского Ун-та, 288 с.
- Эльконин, Д. Б. (1989) *Избранные психологические труды*. М.: Педагогика, 560 с.

- Göbel, S., Watson, S., Lervåg, A. et al. (2014) Children's Arithmetic Development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science*, vol. 25 (3), pp. 789–798. DOI: 10.1177/0956797613516471
- Schneider, M., Grabner, R., Paetsch, J. (2016) Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in Grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, vol. 101 (2), pp. 359–372. DOI: 10.1037/a0013840

### References

- Davydov, V. V., El'konin, D. B. (1966) *Vozrastnye vozможности usvoeniia znaniia [Age-related learning opportunities]*. Moscow: Prosveshchenie Publ., 442 p. (In Russian)
- El'konin, D. B. (1989) *Izbrannye psikhologicheskie trudy [Selected psychological works]*. Moscow: Pedagogika Publ., 560 p. (In Russian)
- Gal'perin, P. Ia., Georgiev, L. S. (1960) *K voprosu o formirovanii nachal'nykh matematicheskikh poniatii [On the question of the formation of initial mathematical concepts]*. Moscow: APN RSFSR Publ., pp. 31–66. (In Russian)
- Göbel, S., Watson, S., Lervåg, A. et al. (2014) Children's Arithmetic Development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science*, vol. 25 (3), pp. 789–798. DOI: 10.1177/0956797613516471 (In English)
- Karabanova, O. A. (2005) *Vozrastnaia psikhologiya. Konspekt lektsii [Age psychology. Lecture notes]*. Moscow: Airis-press Publ., 238 p. (In Russian)
- Obukhova, L. F. (1972) *Etapy razvitiia detskogo myshleniia [Stages of development of children's thinking]*. Moscow: MSU Publ., 152 p. (In Russian)
- Salmina, N. G. (1988) *Znak i simvol v obuchenii [Sign and symbol in training.]*. Moscow: MSU Publ., 288 p. (In Russian)
- Schneider, M., Grabner, R., Paetsch, J. (2016) Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in Grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, vol. 101 (2), pp. 359–372. DOI: 10.1037/a0013840 (In English)
- Venger, L. A. Kholmovskaia, V. V. (1978) *Diagnostika umstvennogo razvitiia doskol'nikov [Diagnostics of mental development of preschoolers]*. Moscow: Pedagogika Publ., 248 p. (In Russian)